4. PROSTORNE TRANSFORMACIJE

Analogno homogenim koordinatama u ravni imamo za prostorne homogene koordinate tačaka da se predstavlja četvorodimenzionalnim vektorom trodimenzionalni vektor položaja.

$$A = [\,X \;\; Y \;\; Z \;\; 1\,] \tag{4 - 1}$$

Odgovarajuća matrica transformacije mora da budo dimenzija 4 X 4 i ima oblik:

$$T = \left[\begin{array}{ccc|c} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ \hline T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{array}\right] \tag{4 - 2}$$

Kao što je urađeno kod transformacije u ravni tako i ovde treba uočiti grupe elemenata trodimenzionalne matrice transformacije koji su izdvojeni isprekidanom linijom. Sa elementima T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{21}, T_{22}, T_{23}, T_{31}, T_{32}, T_{33} se mogu dobiti rotacije oko X - ose, oko Y - ose, rotacija oko Z - ose ili oko bilo koje ose koja prolazi kroz koordinatni početak, uvećanje, odnosno smanjenje i to u X, Y i Z pravcu i deformacija lika.

Elementima T_{41}, T_{42}, T_{43} se definiše translacija tela u prostoru, a T_{44} daje generalno uvećanje, odnosno smanjenje tela u svim pravcima. Elementi T_{14}, T_{24}, T_{34} daju perspektivnu transformaciju.

4.1. TRODIMENZIONALNA TRANSLACIJA

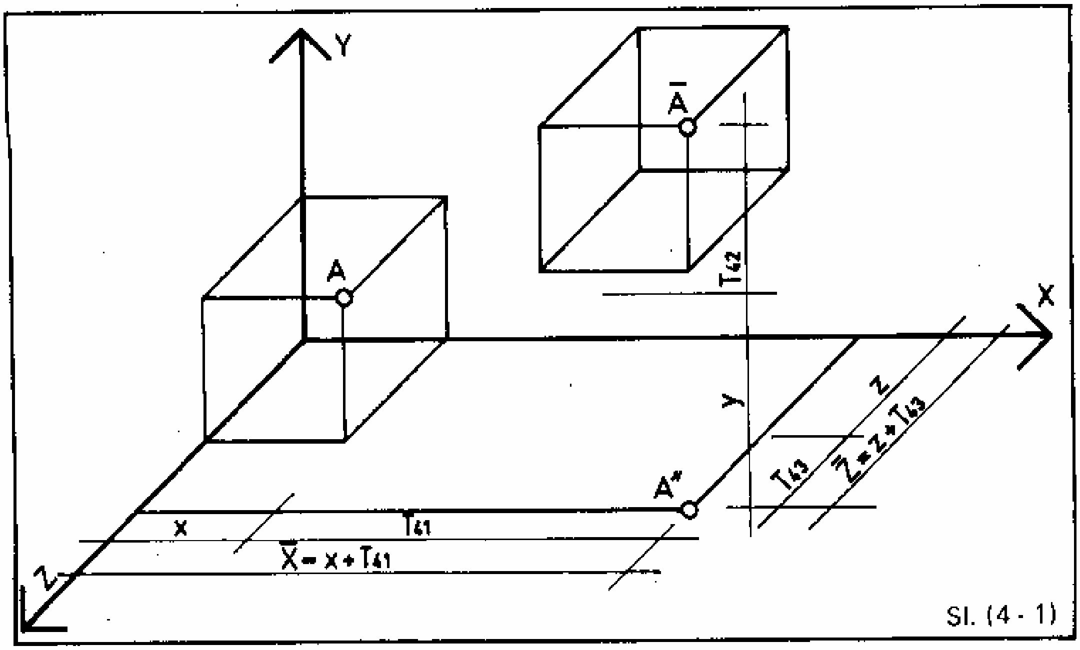
Matrica transformacije za trodimenzionalnu translaciju ima oblik:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & 1 \end{bmatrix} \tag{4 - 3}$$

Pri čemu je T_{11} translacija u X pravcu T_{12} - translacija u Y pravcu i T_{13} - translacija u Z pravcu sl. (4 - 1).

$$[\,X \;\; Y \;\; Z\,] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & 1 \end{bmatrix} = [\,X + T_{41} \;\; Y + T_{12} \;\; Z + T_{13} \;\; 1\,] = [\,\bar{X} \;\; \bar{Y} \;\; \bar{Z} \;\; 1\,]$$

$$\begin{aligned} \bar{X} &= X + T_{41} \\ \bar{Y} &= Y + T_{42} \\ \bar{Z} &= Z + T_{43} \end{aligned} \tag{4 - 4}$$



Sl. (4 - 1)

4.2. ROTACIJA

Analogno matrici transformacije (3 - 17) koja predstavlja rotaciju u ravni X Y,a možemo i takođe nazvati i rotacija oko Z-ose, dobićemo prostornu matricu rotacije oko Z-ose.

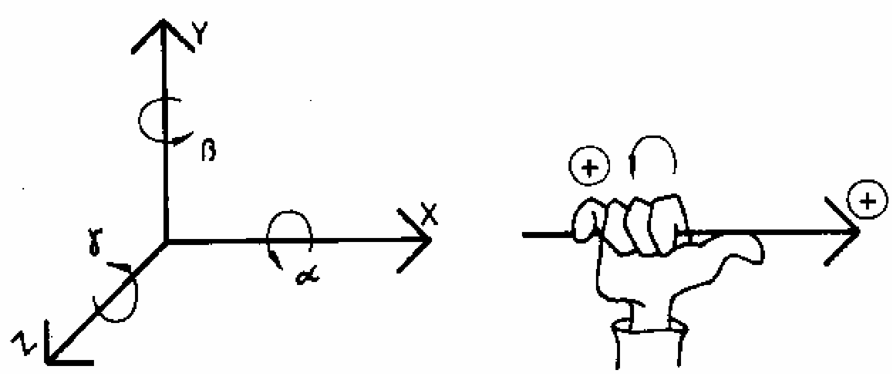
$$T_Z = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 5)$$

Lako je izvesti prostornu matricu transformacije za rotaciju oko X i Y ose:

$$T_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & \sin a & 0 \\ 0 & -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 6)$$

$$\mathbf{T}_Y = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4-7)$$

Elementi matrice transformacije su izvedeni za usvojene pozitivne smerove rotacije prikazane na slici (4 - 2).



Sl. (4 - 2)

Sada kada poznajemo transformacionu matricu rotacije oko X, Y i Z ose, može se zaključiti da se tačka ili neko telo sa dve rotacije može dovesti u željeni položaj u prostoru, na primer rotacijom oko X i Y - ose ne vodeći računa koja se rotacija prvo izvodi. Medutim, matematički to nije tako zato što množenje matrica nije komutativno (poglavlje 2.2.4.).

$$\mathbf{T}_X \times \mathbf{T}_Y \neq \mathbf{T}_Y \times \mathbf{T}_X \qquad (4-8)$$

Ovo možemo pokazati ako jednostavno pomnožimo matrice $\mathbf{T}_X \times \mathbf{T}_Y$ i $\mathbf{T}_Y \times \mathbf{T}_X$ i njihove proizvode uporedimo.

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_X \times \mathbf{T}_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ \sin\alpha - \sin\beta & \cos\alpha & \sin\alpha - \cos\beta & 0 \\ \cos\alpha - \sin\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha - \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = T_Y \ T_X = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\alpha - \sin\beta & -\cos\alpha \ \sin\beta & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ \sin\beta & -\sin\alpha - \cos\beta & \cos\alpha \ \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

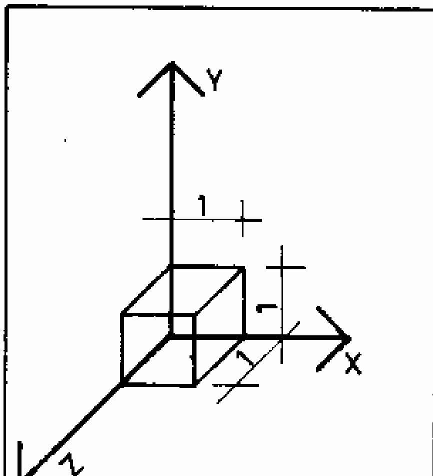
Očigledno je: $T_1 \neq T_2$.

4.3. UVEĆANJE – SMANJENJE

Matrica transformacije

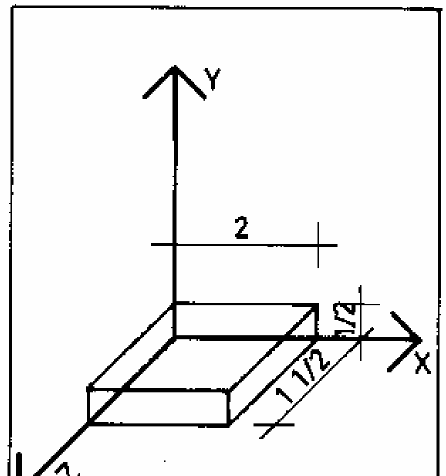
$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{44} \end{bmatrix} \qquad (4 - 9)$$

daje uvećanje, odnosno smanjenje u pravcima X, Y ili Z ose. U poglavlju (3.10.) smo videli da kod transformacije u ravni T_{11} daje uvećanje - smanjenje u pravcu X, a T_{22} uvećanje (smanjenje) u pravcu Y-ose. Elementi T_{11} i T_{22} kod prostorne matrice transformacije imaju isto značenje, a analogno tome element T_{33} daje uvećanje (smanjenje) u pravcu Z - ose.



Sl. (4 - 4a)

$$T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow$$



Sl. (4 - 4b)

T_{44} je element prostorne matrice transformacije koji daje generalno uvećanje - smanjenje jednako u svim pravcima.

$$\tilde{A} = [X\ Y\ Z\ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{44} \end{bmatrix} = [X'\ Y'\ Z'\ T_{44}] \qquad (4 - 10)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{X'}{T_{44}} & \dfrac{Y'}{T_{44}} & \dfrac{Z'}{T_{44}} & 1 \end{bmatrix} = [\bar{X}\ \bar{Y}\ \bar{Z}\ 1] \qquad (4 - 11)$$

Ako je $T_{44} > 1$ dobićemo smanjenje tela odnosno ako je $T_{44} < 1$ uvećanje tela u pravcu X, Y i Z ose.

4.4 TELO U OGLEDALU

Ako matricu koordinata A pomnožimo sa jediničnom matricom dobićemo matricu A

$$[X\ Y\ Z\ 1]\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [X\ Y\ Z\ 1] \qquad (4\text{-}12)$$

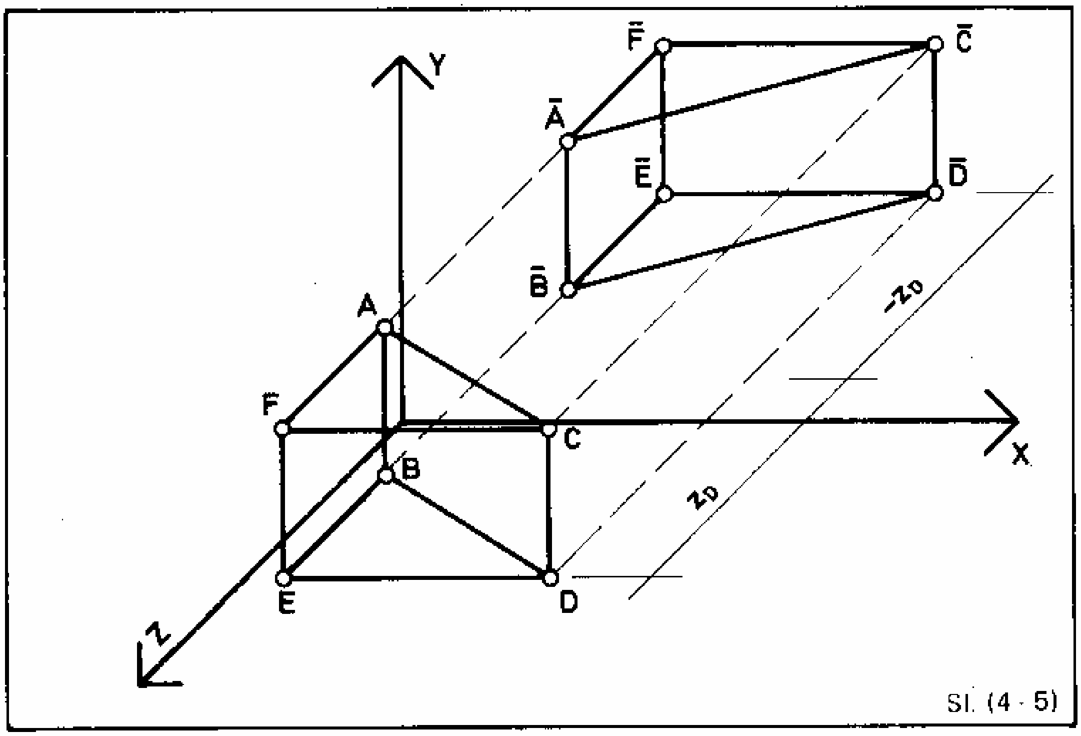
Sada, nekom od elemenata na dijagonali (T_{11}, T_{22} ili T_{33}) pridružimo vrednost -1. Na primer:

$$T_{XY} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (4\text{-}13)$$

Množenjem matrice koordinata sa ovakvom prostornom matricom transformacije dobićemo:

$$[X\ Y\ Z\ 1]\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [X\ Y\ -Z\ 1] \qquad (4\text{-}14)$$

To znači da se transformacijom dobijaju sve transformisane koordinate po apsolutnoj vrednosti, jednake sa originalnim koordinatama, samo što su transformisane Z koordinate dobile suprotni znak u odnosu na originalne Z - koordinate. Ovakva transformacija prouzrokuje dobijanje tela istoga oblika kod koga su sve tačke jednako udaljene od ravni XY ali sa suprotnim znakom Z koordinate Sl. (4 - 5). To je slika u ogledalu ili tzv. refleksija.



Sl. (4 - 5)

Da smo stavili da je $T_{11} = -1$ dobili bismo refleksiju u odnosu na ravan YZ, a za $T_{22} = -1$ refleksiju u odnosu na ravan XZ.

$$T_{YZ} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 15)$$

$$T_{XZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 16)$$

4. 5. DEFORMACIJA TELA

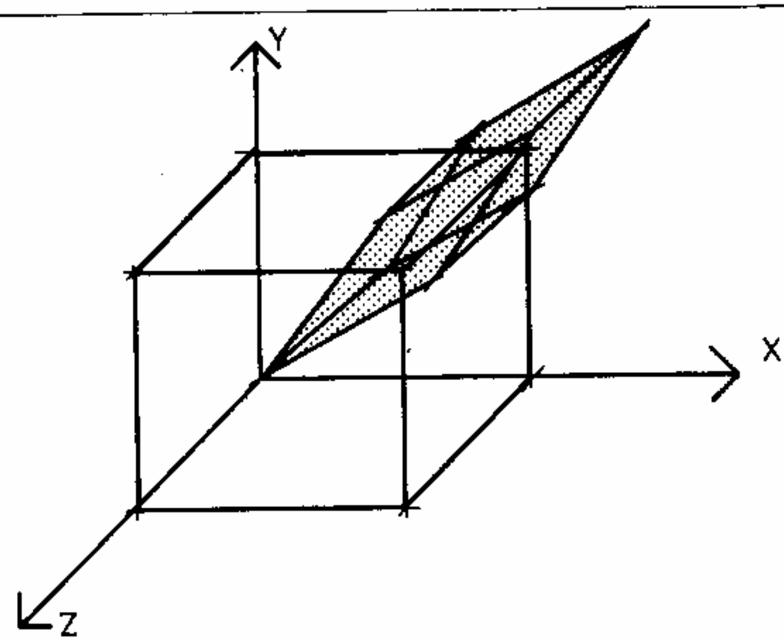
Analogno deformaciji lika u ravni pod pojmom deformacije tela podrazumevamo transformaciju koja deformiše telo tako da sve ivice koje su bile paralelne u početnom obliku tela ostaju paralelne i posle transformacije Sl. (4 - 6).

Matrica transformacije za deformaciju tela ima oblik:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & tg\alpha x & tg\alpha x & 0 \\ tg\alpha y & 1 & tg\alpha y & 0 \\ tg\alpha z & tg\alpha z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 17)$$

gde su:

$tg\alpha x$, $tg\alpha y$, $tg\alpha z$ — nagibi u odnosu na x, y i z — osu koordinatnog sistema.



Sl. (4 - 6)

4.6. PROJEKCIJE

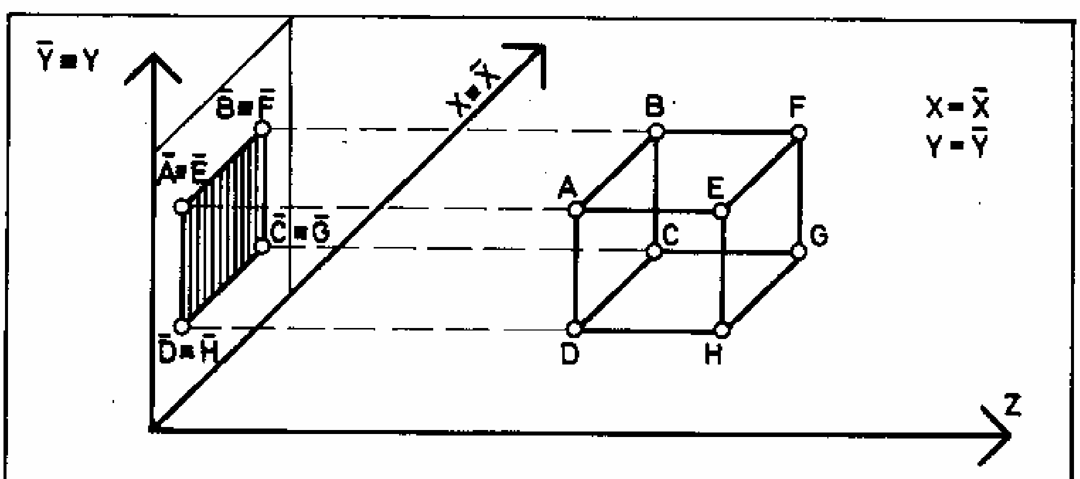
Projekcije su veoma važne za crtanje na računaru. Naime, sve što se crta na ekranu računara ili nekoj drugoj grafičkoj jedinici je u stvari dvodimenzionalna predstava tela (tačke) u prostoru. U praksi se koriste tri vrste projekcije: ortogonalna, kosa i perspektivna projekcija.

Ortogonalna projekcija je, ujedno, i najjednostavnija projekcija koja se dobija pomoću paralelnih zraka projekcije upravnih na ravan projektovanja. Kod ortogonalne projekcije su $\bar{X}$ i $\bar{Y}$ koordinate u prostoru (originalne koordinate) jednake $\bar{X}$ i $\bar{Y}$ koordinatama u ravni projektovanja sl. (4 - 7).

Lako ćemo zaključiti da se projekcija na $\bar{X}\,\bar{Y}$ ravan dobija kada matricu koordinata tačaka pomnožimo sa takvom matricom transformacije koja će dati matricu transformisanih koordinata u kojoj su koordinate $\bar{X}$ i $\bar{Y}$ jednake koordinatama $\bar{X}$ i $\bar{Y}$, a $\bar{Z}$ koordinata će biti jednaka nuli. Takva matrica transformacije ima oblik:

$$T_{XY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 18)$$

$$[\,X \quad Y \quad Z \quad 1\,]\; T_{XY} = [\,X \quad Y \quad 0 \quad 1\,] \qquad (4 - 19)$$



Sl. (4 - 7)

Ortogonalna projekcija može da bude i na ravni YZ i XZ. U tom slučaju za ravan YZ, X-koordinata jednaka je nuli, a matrica transformacije:

$$T_{YZ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ pa je} \tag{4 - 20}$$

$$[X \; Y \; Z \; 1] \; T_{YZ} = [0 \; Y \; Z \; 1] \tag{4 - 21}$$

a za ravan XZ Y-koordinata jednaka je nuli i matrica transformacije

$$T_{XZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ pa je} \tag{4 - 22}$$

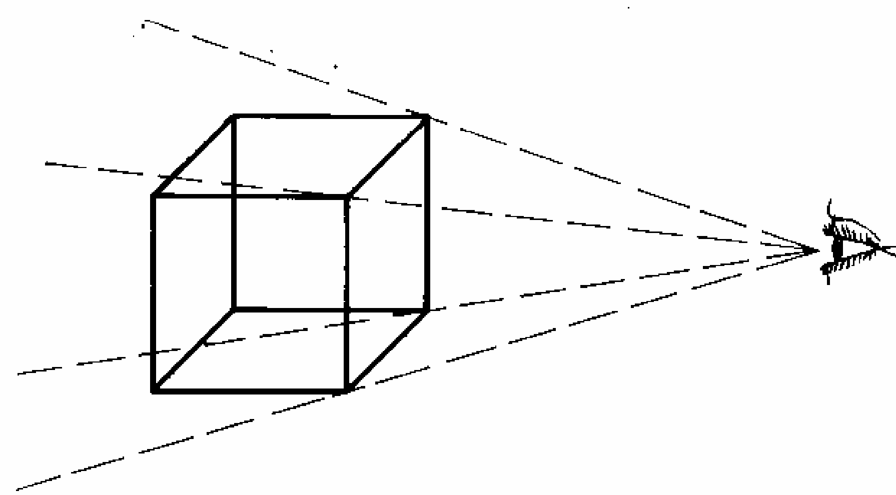
$$[X \; Y \; Z \; 1] \; T_{XZ} = [X \; 0 \; Z \; 1] \tag{4 - 23}$$

Ako telo projektujemo na ravan projektovanja pomoću zraka projekcije koji nisu upravni na ravan projektovanja, dobićemo kosu projekciju sl. (4 - 7). U suštini, ovaj problem možemo shvatiti tako da se telo u prostoru rotira oko Y-ose za ugao β, a oko X-ose za ugao α. Onda se traži ortogonalna projekcija tela na ravan projektovanja. Dakle, prvo se matrica koordinata tačaka pomnoži sa matricom transformacije za rotaciju oko Y-ose i matricom transformacije za rotaciju oko X-ose, pa se onda traži ortogonalna projekcija.

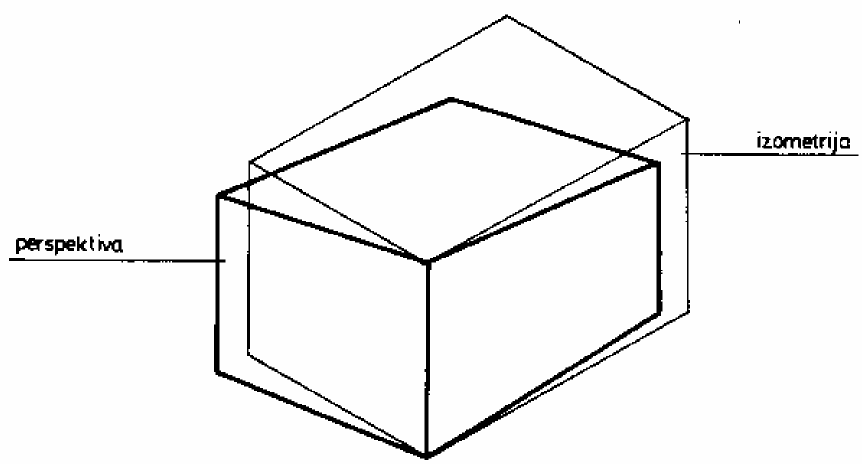
$$[X \; Y \; Z \; 1] \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= [X \; Y \; Z \; 1] \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\alpha\sin\beta & -\cos\alpha\sin\beta & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ \sin\beta & -\sin\alpha\cos\beta & \cos\beta\cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4 - 24}$$

U kosoj projekciji je moguće uvesti proizvoljna skraćenja u pravcu X, Y i Z ose. Ako nema skraćenja ili ako su skraćenja u pravcu osa X, Y i Z jednaka, dobija se izometrijska projekcija. Za jednaka skraćenja u pravcu dve ose dobija se kosa dimetrijska projekcija, a za različita skraćenja u pravcu X, Y i Z ose kosa trimetrijska projekcija.

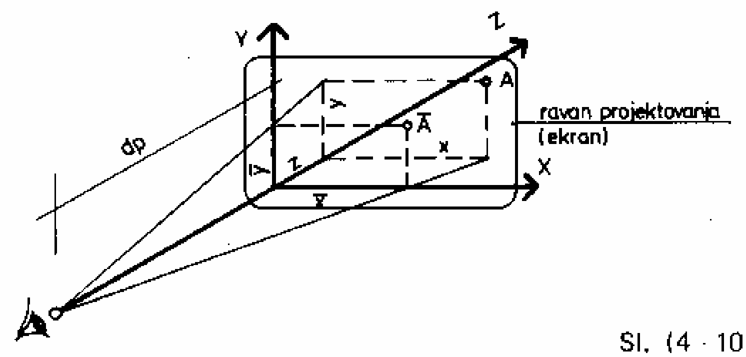


Sl. (4 - 8)



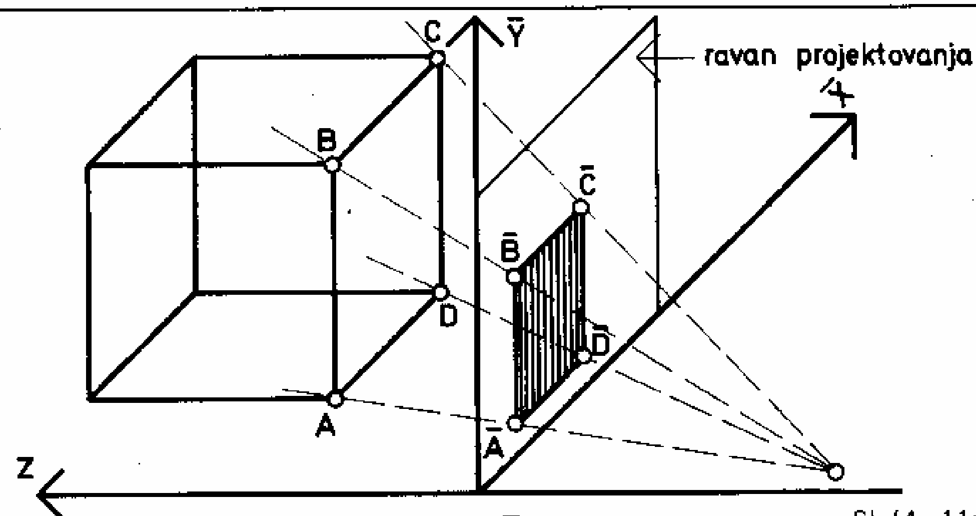
Sl. (4 - 9)

Ortogonalnom i kosom projekcijom se ne može dobiti perspektivna deformacija sl. (4 - 9), te kada se želi ovo postići primenjuje se perspektivna projekcija. Kod perspektivne projekcije svi zraci projektovanja se projektuju iz jedne tačke, tačke oka sl. (4 - 8).

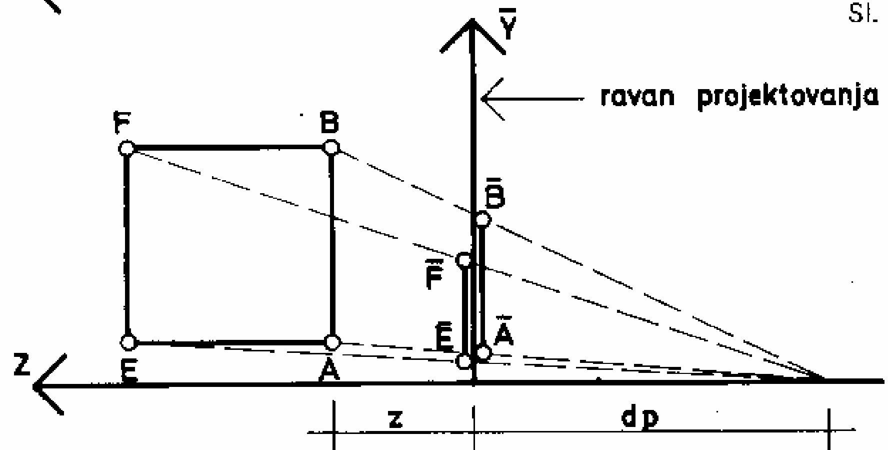


Sl. (4 - 10)

Veličina X i Y koordinate zavise od udaljenosti zaslona (ravni projektovanja) od tačke gledanja. Ovo udaljenje označeno je sa d_p sl. (4 - 10), sl. (4 - 11b).



Sl. (4 - 11a)



Sl. (4 - 11b)

Iz slike (4 - 10) se vidi da se veličina transformisane koordinate usled perspektivne transformacije može dobiti iz proporcija:

$$\bar{Y} = \frac{Y}{d_p + Z} d_p$$

$$\bar{X} = \frac{X}{d_p + Z} d_p$$

$$\bar{Y} = \frac{Y}{1 + \frac{Z}{d_p}} \tag{4 - 25}$$

$$\bar{X} = \frac{X}{1 + \frac{Z}{d_p}} \tag{4 - 26}$$

Pošto se i u ovom slučaju, kao kod ortogonalne projekcije, za ravan projektovanja usvaja XY ravan onda matrica transformacije ima oblik:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/d_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4 - 27}$$

$$[X\ Y\ Z\ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/d_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [X\ Y\ 0\ (1 + \frac{Z}{d_p})] =$$

$$= [\frac{X}{1 + \frac{Z}{d_p}}\ \ \frac{Y}{1 + \frac{Z}{d_p}}\ \ 0\ \ 1] = [\bar{X}\ \ \bar{Y}\ \ 0\ \ 1] \tag{4 - 28}$$

4. 7. MATRICA PERSPEKTIVNE TRANSFORMACIJE U SFERNOM KOORDINATNOM SISTEMU

Položaj tačke u prostoru je definisan uglovima φ i ψ, i odstojanjem tačke od koordinatnog početka ρ sl. (4 - 11).

Kod perspektivne transformacije koordinatni sistem XYZ se transformiše u „očni" koordinatni sistem X, Y, Z. Ako je tačka M tačka oka, onda koordinatni sistem X, Y, Z mora da ima koordinatni početak u tački M a osu Z poklopljenu sa pravcem ρ i usmerenu prema tački 0 sl. (4 - 11). Da bi smo koordinatni sistem XYZ doveli u položaj $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ potrebno je da izvršimo nekoliko transformacija. Pošto se tačka M ne poklapa sa tačkom 0 potrebno je, kao prvo, translatorno pomeriti tačku M u koordinatni početak. Iz sl. (4 - 11a) se vidi da su parametri translacije $-T_X$, $-T_Y$, $-T_Z$, gde su:

$$\begin{aligned} T_X &= \rho \sin\psi \cos\varphi \\ T_Y &= \rho \sin\psi \sin\varphi \\ T_Z &= \rho \cos\psi \end{aligned} \qquad (4 - 29)$$

Nakon ove translacije, koordinatni sistem se rotira oko Z - ose za ugao $\gamma = 90 - \varphi$ sl (4 - 11c), a potom oko X - ose za ugao $\beta = 180 - \psi$ sl. (4 - 11d). S obzirom da je koordinatni sistem $\bar{X}$ $\bar{Y}$ $\bar{Z}$ leve orijentacije, potrebno je množenje sa matricom transformacije:

$$T_{(-X)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4 - 30)$$

Koordinatni sistem se vraća u položaj tačke M translacijom sa paramtrima translacije T_X, T_Y, T_Z sl. (4 - 11e). Na ovaj način je transformisan koordinatni sistem XYZ u $\bar{X}$ $\bar{Y}$ $\bar{Z}$ sa koordinatnim početkom u tački M. I konačno, da bi smo imali perspektivni prikaz tela, potrebno je još primeniti perspektivnu transformaciju datu u prethodnom izlaganju (4 - 27).

Dakle, za perspektivnu transformaciju preko sfernog koordinatnog sistema potrebno je pomnožiti matrice transformacije prema jednačini (4 - 31).

$$T_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -T_X & -T_Y & -T_Z & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

Translacija u koord. početku — Rotacija oko Z-ose za ugao $\gamma = 90 - \varphi$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

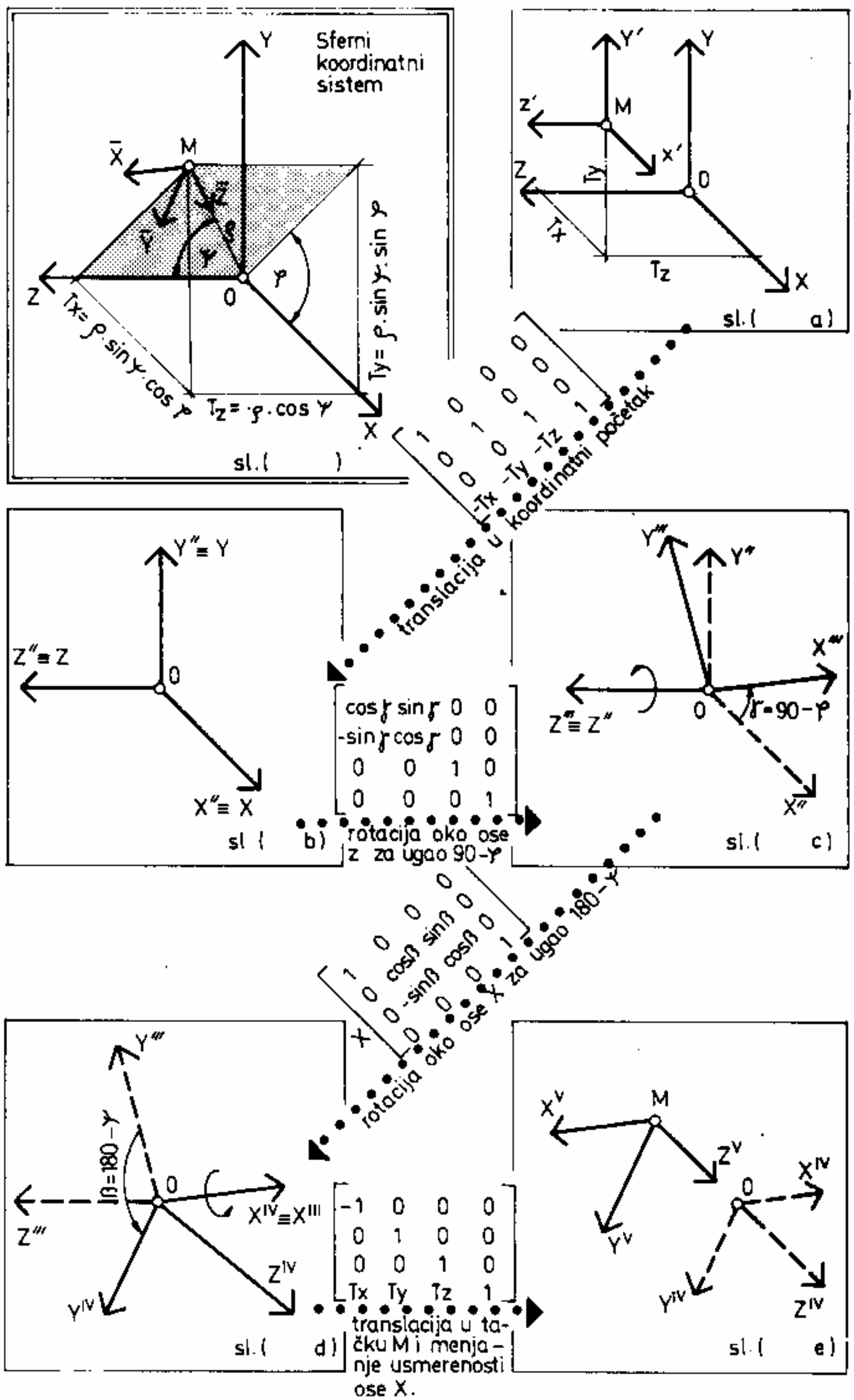
Rotacija oko X-ose za ugao $\beta = 180 - \psi$ — Pretvaranje u sistem leve orijentacije

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_X & T_Y & T_Z & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4-31)$$

Translacija u tačku M — Perspektivna transformacija sa projekcijom u ravni X, Y

Kada ove matrice pomnožimo dobićemo konačnu matricu transformacije za perspektivnu transformaciju u sfernom koordinatnom sistemu.

$$T_S = \begin{bmatrix} -\sin\varphi & -\sin\varphi\cdot\cos\psi & -\cos\varphi\cdot\sin\psi & 0 \\ \cos\varphi & -\sin\varphi\cdot\cos\psi & -\sin\varphi\cdot\sin\psi & 0 \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4-32)$$


Sferni koordinatni sistem
Tx= ρ·sinψ·cosφ
Tz= ρ·cosψ
Ty= ρ·sinψ·sinφ
sl.( )
sl.(a)
translacija u koordinatni početak
sl.(b)
rotacija oko ose z za ugao 90-φ
γ=90-φ
sl.(c)
rotacija oko ose X za ugao 180-ψ
β=180-ψ
sl.(d)
translacija u tačku M i menjanje usmerenosti ose X.
sl.(e)

```
10  !                                  Program: P-(4-1)
20  ! *************************************
30  ! *                                   *
40  ! *     Potprogram za formiranje      *
50  ! *     matrica   transformacija      *
60  ! *                                   *
70  ! *************************************
80  ! *     mat T  - Matrica transformacije *
90  ! *************************************
100 ! *     Tip    - Tip transformacije   *
110 ! *     ROTACIJA (Tip=1;2;3) :        *
120 ! *     Alfa_x - Ugao rotacije oko X-ose *
130 ! *     Alfa_y - Ugao rotacije oko Y-ose *
140 ! *     Alfa_z - Ugao rotacije oko Z-ose *
150 ! *     TRANSLACIJA (Tip=4) :         *
160 ! *     Tx      - Translacija u X-pravcu  *
170 ! *     Ty      - Translacija u Y-pravcu  *
180 ! *     Tz      - Translacija u Z-pravcu  *
190 ! *     ORTOGONALNA PROJEKCIJA (Tip=5) : *
200 ! *     Pi      - Tip projekcije: 1-treca *
210 ! *               2-prva , 3-druga      *
220 ! *     REFLEKSIJA (Tip=6) :          *
230 ! *     Rf      - Tip refleksije: 1-ravan *
240 ! *               XY,2-ravan YZ,3-ravan XZ*
250 ! *     UVECANJE (SMANJENJE) (Tip=7) :  *
260 ! *     Xx      - Uvecanje(smanjenje) za X*
270 ! *     Yy      - Uvecanje(smanjenje) za Y*
280 ! *     Zz      - Uvecanje(smanjenje) za Z*
290 ! *     Ss      - Generalno uvecanje    *
300 ! *     PERSPEKTIVA (Tip=8) :         *
310 ! *     D       - Distanca            *
320 ! *     Xp      - Ugao oko X-ose      *
330 ! *     Yp      - Ugao oko Y-ose      *
340 ! *     DEFORMACIJA TELA (Tip=9) :    *
350 ! *     Ax      - Ugao u odnosu na X-osu  *
360 ! *     Ay      - Ugao u odnosu na Y-osu  *
370 ! *     Az      - Ugao u odnosu na Z-osu  *
380 ! *************************************
390 !
400 !
410 !
420 Transformacija: ! *************************
```

```
430
440       READ Tip
450       MAT T= (0)
460       SELECT Tip
470       CASE 1
480          READ Alfa_x
490          GOSUB Rotacija_x
500       CASE 2
510          READ Alfa_y
520          GOSUB Rotacija_y
530       CASE 3
540          READ Alfa_z
550          GOSUB Rotacija_z
560       CASE 4
570          READ Tx,Ty,Tz
580          GOSUB Translacija
590       CASE 5
600          READ P1
610          GOSUB Projekcija
620       CASE 6
630          READ Rf
640          GOSUB Refleksija
650       CASE 7
660          READ Xx,Yy,Zz,Ss
670          GOSUB Uvecanje
680       CASE 8
690          READ D,Xp,Yp
700          GOSUB Perspektiva
710          ! *******************************
720          ! Posle mnozenja matrice homogenih
730          ! koord. sa matricom  perspektivne
740          ! transformacije koordinate X i  Y
750          ! (transformisane koord.) treba
760          ! podeliti sa B(I,4)
770          ! *******************************
780          FOR I=1 TO M
790             FOR J=1 TO 2
800                B(I,J)=B(I,J)/B(I,4)
810             NEXT J
820          NEXT I
830       CASE 9
840          READ Ax,Ay,Az
850          GOSUB Deformacija
```

```
860       END SELECT
870       RETURN    ! *** Kraj programa ***
880                 !
890 Rotacija_x:     ! *************************
900                 ! Matrica  transformacije za
910                 ! rotaciju oko X - ose
920                 ! *************************
930       C1=COS(Alfa_x)
940       C2=SIN(Alfa_x)
950       T(1,1)=1
960       T(2,2)=C1
970       T(2,3)=-C2
980       T(3,2)=C2
990       T(3,3)=C1
1000      T(4,4)=1
1010      RETURN
1020 Rotacija_y:    ! *************************
1030                ! Matrica  transformacije za
1040                ! rotaciju oko Y - ose
1050                ! *************************
1060      C1=COS(Alfa_y)
1070      C2=SIN(Alfa_y)
1080      T(1,1)=C1
1090      T(1,3)=C2
1100      T(2,2)=1
1110      T(3,1)=-C2
1120      T(3,3)=C1
1130      T(4,4)=1
1140      RETURN
1150 Rotacija_z:    ! *************************
1160                ! Matrica  transformacije za
1170                ! rotaciju oko Z - ose
1180                ! *************************
1190      C1=COS(Alfa_z)
1200      C2=SIN(Alfa_z)
1210      T(1,1)=C1
1220      T(1,2)=-C2
1230      T(2,1)=C2
1240      T(2,2)=C1
1250      T(3,3)=1
1260      T(4,4)=1
1270      RETURN
1280 Translacija:   ! *************************
```

```
1290                  ! Matrica  transformacije za
1300                  ! translaciju
1310                  ! **************************
1320       T(1,1)=1
1330       T(2,2)=1
1340       T(3,3)=1
1350       T(4,4)=1
1360       T(4,1)=Tx
1370       T(4,2)=Ty
1380       T(4,3)=Tz
1390       T(4,4)=1
1400       RETURN
1410 Projekcije: ! **************************
1420             ! Matrica  transformacije za
1430             ! ortogonalnu projekciju
1440             ! **************************
1450       T(1,1)=1
1460       T(2,2)=1
1470       T(3,3)=1
1480       T(4,4)=1
1490       SELECT P1
1500       CASE 1
1510          T(1,1)=0
1520       CASE 2
1530          T(2,2)=0
1540       CASE 3
1550          T(3,3)=0
1560       END SELECT
1570       RETURN
1580 Refleksija: ! **************************
1590             ! Matrica  transformacije za
1600             ! refleksiju
1610             ! **************************
1620       T(1,1)=1
1630       T(2,2)=1
1640       T(3,3)=1
1650       T(4,4)=1
1660       SELECT Rf
1670       CASE 1
1680          T(3,3)=-1
1690       CASE 2
1700          T(1,1)=-1
1710       CASE 3
```

```
1720            T(2,2)=-1
1730        END SELECT
1740        RETURN
1750 Perspektiva:  ! ************************
1760               ! Matrica transformacije za
1770               ! perspektivnu projekciju
1780               ! ************************
1790        C1=COS(Xp)
1800        C2=SIN(Xp)
1810        C3=COS(Yp)
1820        C4=SIN(Yp)
1830        T(1,1)=C3
1840        T(1,2)=C4*C2
1850        T(1,4)=-1/D*C4*C1
1860        T(2,2)=C1
1870        T(2,4)=1/D*C2
1880        T(3,1)=C4
1890        T(3,2)=-C3*C2
1900        T(3,4)=1/D*C3*C1
1910        T(4,4)=1
1920        RETURN
1930 Deformacija:  ! ************************
1940               ! Matrica transformacije za
1950               ! deformaciju tela (lika)
1960               ! ************************
1970        C1=TAN(Ax)
1980        C2=TAN(Ay)
1990        C3=TAN(Az)
2000        T(1,1)=1
2010        T(2,2)=1
2020        T(3,3)=1
2030        T(4,4)=1
2040        T(1,2)=C1
2050        T(1,3)=C1
2060        T(2,1)=C2
2070        T(2,3)=C2
2080        T(3,1)=C3
2090        T(3,2)=C3
2100        RETURN
```